

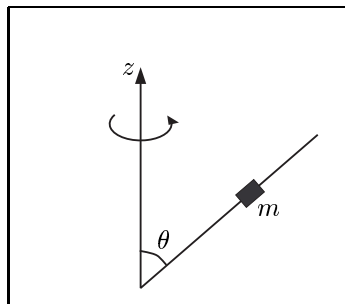
بسمه تعالی

امتحان نهایی مکانیک تحلیلی II دانشگاه الزهراء - خرداد ۱۳۸۲

۱- میدان گرانشی ناشی از حلقه‌ای به جرم m و شعاع a را در حالات زیر به دست آورید:

- الف- در نقطه‌ی A به فاصله‌ی r از مرکز حلقه و روی محور z
 ب- در نقطه‌ی B به فاصله‌ی r از مرکز حلقه و در جهت θ نسبت به محور z
 فاصله‌ی r را نسبت به a خیلی بزرگ بگیرید و جواب را تا مرتبه‌ی دوم $a/2$ بسط دهید.

۲- دانه‌ی تسبیحی به جرم m می‌تواند آزادانه روی میله‌ای که با جهت قائم زاویه‌ی θ_0 می‌سازد حرکت می‌کند. میله نیز آزاد است که حول محور قائم دوران کند.



- الف- لاگرانژی این سیستم را در دستگاه کروی بنویسید.
 ب- همیلتونی این سیستم را بنویسید.
 ج- ثابت‌های حرکت کدام‌اند؟ چرا؟
 ۳- بخشی از دایره‌ای را مطابق شکل بریده‌ایم. جرم آن M است.

- الف- مرکز جرم این شکل کجاست؟
 ب- تانسور ماند را نسبت به دستگاه xyz به دست آورید.

ج- محورهایی اصلی جسم کدام‌اند؟

گشتاور خارجی وارد بر جسم را صفر بگیرید و $\omega(t=0) = \Omega \hat{i} + b\Omega \hat{k}$ است.
 $(b^2 = \frac{\sin 2\theta_0}{2\theta_0})$

د- با حل معادلات اویلر نشان دهید ω_x و ω_y و ω_z را می‌توان بر حسب تابعی مثل $f(t)$ نوشت.

$$\omega_x = \Omega \cos f, \quad \omega_y = \Omega \sin f, \quad \omega_z = \dot{f}.$$

ه- تابع $f(t)$ را به دست آورید.

و- رفتار $f(t)$ را در زمان‌های بلند ($t \rightarrow \infty$) به دست آورید و با استفاده از آن $\vec{\omega}(t)$ را در زمان‌های بلند ($t \rightarrow \infty$) به دست آورید.

موفق باشید.